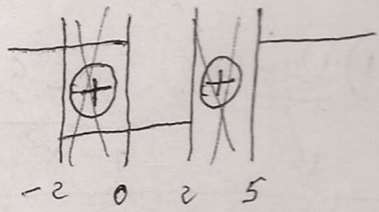
# Studio della funzione Trascendente Logaritmica (fratta)

$$y = \log \frac{x^2-5x}{4-x^2}$$

1) <u>Dominio</u>) $\dfrac{x^2-5x}{4-x^2} > 0$ $\left|\begin{array}{l} x^2-5x>0\ (CE)\quad x=0\quad x=5 \\ 4-x^2>0\ (DI)\quad x=\pm 2 \end{array}\right.$

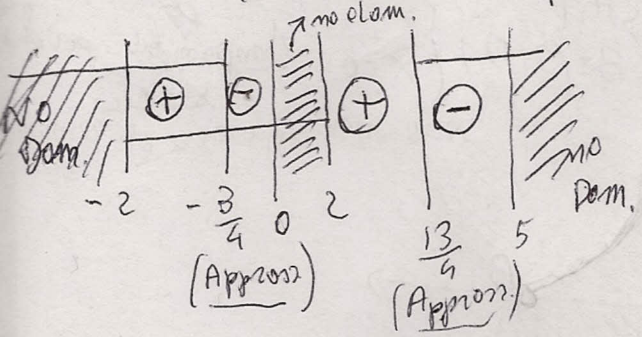



Il dominio è quindi $(-2<x<0) \cup (2<x<5)$ ovvero

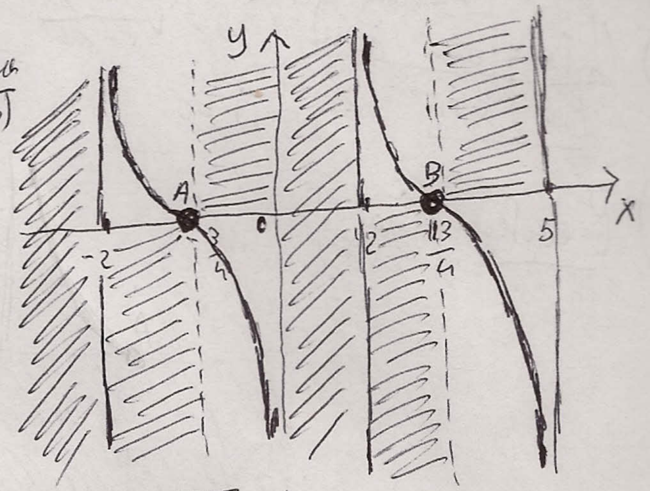
$$\forall x \in \,]-2,0[\, \cup \,]2,5[$$

2) <u>Segno</u>) $\log \dfrac{x^2-5x}{4-x^2} > 0 \Rightarrow \dfrac{x^2-5x}{4-x^2} > 1 \Rightarrow \dfrac{x^2-5x-4+x^2}{4-x^2} > 0$ ovvero

$\dfrac{2x^2-5x-4}{4-x^2} > 0$ $\left|\begin{array}{l} 2x^2-5x-4>0\ (CE)\quad x=\dfrac{5\pm\sqrt{25+32}}{4} = \dfrac{5\pm\sqrt{57}}{4} \begin{cases} \simeq \frac{13}{4} \\ \simeq -\frac{3}{4} \end{cases} \\ 4-x^2>0\ (DI)\quad x=\pm 2 \end{array}\right.$




3) <u>Grafico (Grafico)</u>




4) <u>Intersezioni con gli assi</u> $\begin{cases} y = \log \dfrac{x^2-5x}{4-x^2} \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow \dfrac{x^2-5x}{4-x^2} = 1$ ovvero $A \equiv \left(\dfrac{5-\sqrt{57}}{4}, 0\right)$ e $B \equiv \left(\dfrac{5+\sqrt{57}}{4}, 0\right)$

$\left(-\frac{3}{4}\right)$ Appr. $\quad \left(\frac{13}{4}\right)$ Appr

Non è possibile fare sistema con $x=0$ poichè $0 \notin$ Dominio

5) <u>Comportamento estremi dominio</u>) $\lim\limits_{x\to -2^+} \log \dfrac{x^2-5x}{4-x^2} = \log 0 = +\infty \Rightarrow x=-2$ Asintoto Verticale

$\lim\limits_{x\to 0^-} \log \dfrac{x^2-5x}{4-x^2} = \log 0 = -\infty$ e quindi $x=0$ Asintoto Verticale;

$\lim\limits_{x\to 2^+} \log \dfrac{x^2-5x}{4-x^2} = +\infty$ ; $\lim\limits_{x\to 5^-} \log \dfrac{x^2-5x}{4-x^2} = \log 0 = -\infty$ $\quad x=5$ Asintoto Verticale

6) Studio Derivata prima $y' = \dfrac{(2x-5)(4-x^2)+2x(x^2-5x)}{(4-x^2)^2} \cdot \dfrac{4-x^2}{x^2-5x} = \dfrac{-5x^2+8x-20}{(4-x^2)(x^2-5x)}$

poichè il Num. ha $\Delta < 0$ e quindi $-5x^2+8x-20>0$ è mai verificato e siccome il Den $>0$ poiché ci riferiamo al Dominio, la funz. è sempre decrescente.

7) Studiando la $y''$ è concava per $x < \dfrac{5-\sqrt{57}}{4}$ e $2 < x < \dfrac{5+\sqrt{57}}{4}$; convessa altrove.

8) Non vi è simmetria poichè $f(x) \neq f(-x)$ e $f(x) \neq -f(-x)$