1) Studio delle funzioni Algebriche Razionali Fratte

$$Y = \frac{x^2-3x}{x^2-4}$$

1) Dominio) $x^2-4 \neq 0 \Rightarrow x \neq \pm 2$

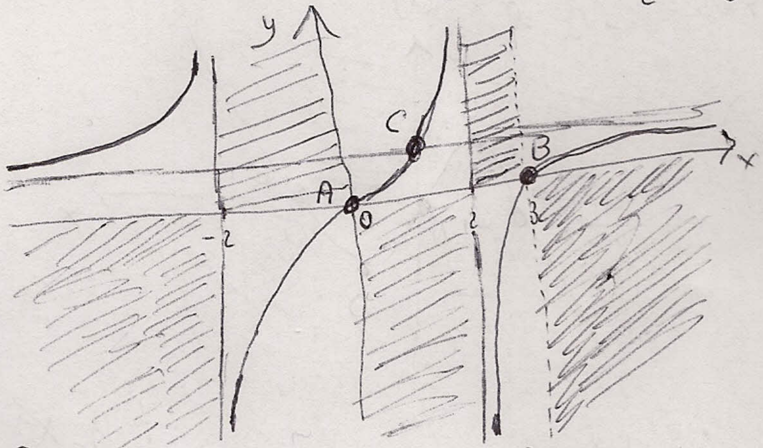
$\forall x \in]-\infty,-2[\cup]-2,2[\cup]2,+\infty[$

2) Segno) $\frac{x^2-3x}{x^2-4} > 0$ | $x^2-3x > 0$ (CE) $x=0$ $x=3$

$x^2-4 > 0$ (CE) $x = \pm 2$

⊕	⊖	⊕	⊖	⊕
	-2	0	2	3

3) Griglia (Grafico)



4) Intersezioni con gli assi) $\begin{cases} y = \frac{x^2-3x}{x^2-4} \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow x^2-3x=0 \Rightarrow x=0 \quad x=3$

$A \equiv (0,0)$ $B \equiv (3,0)$

$\begin{cases} y = \frac{x^2-3x}{x^2-4} \\ x = 0 \end{cases}$ $A \equiv (0,0)$

5) Comportamento estremi del dominio) $\lim_{x\to-\infty} \frac{x^2-3x}{x^2-4} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to-\infty} \frac{2x-3}{2x} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right] =$ (De Hospital)

$= \lim_{x\to-\infty} \frac{2}{2} = 1$ e quindi $y=1$ Asintoto Orizzontale.

$\lim_{x\to-2} \frac{x^2-3x}{x^2-4} = \frac{2}{0} = \infty \to x=-2$ Asintoto Verticale

$\lim_{x\to 2} \frac{x^2-3x}{x^2-4} = \frac{-2}{0} = -\infty \to x=2$ Asintoto Verticale

$\lim_{x\to\infty} \frac{x^2-3x}{x^2-4} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\infty} \frac{2x-3}{2x}$ (De Hospital) $= \left[\frac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\infty} \frac{2}{2} = 1 \Rightarrow y=1$ Asintoto Orizzontale

Riportati i suddetti risultati nel grafico si nota che l'Asintoto Orizzontale incontra la funzione anche in C. Per trovare tale punto si svolge il $\begin{cases} y = \frac{x^2-3x}{x^2-4} \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow x^2-3x = x^2-4 \Rightarrow -3x=-4 \Rightarrow x=\frac{4}{3}$

$f\left(\frac{4}{3}\right) = \frac{\frac{16}{9}-4}{\frac{16}{9}-4} = 1 \to C \equiv \left(\frac{4}{3}, 1\right)$

6) Studio della Derivata prima) $y' = \frac{(2x-3)(x^2-4)-(x^2-3x)\cdot 2x}{(x^2-4)^2} = \frac{3x^2-8x+12}{(x^2-4)^2}$

$\frac{3x^2-8x+12}{(x^2-4)^2} > 0$ | $3x^2-8x+12 > 0$ (CE) $\to \Delta < 0 \to$ S.V.

$(x^2-4)^2 > 0$ S.V. nel Dominio

per cui la funzione ($y'>0$ sempre) è sempre crescente

7) Studio della derivata seconda) Essa è positiva per $x<-2$; $0<x<2$, negativa altrove quindi $O=(0,0)$ è Flesso.

8) Non vi sono simmetrie essendo $f(x) \neq f(-x)$ e $f(x) \neq -f(-x)$