Studio delle funzioni algebriche irrazionali intere

I) caso (con indice = 2) $y = \sqrt{4x - x^2}$

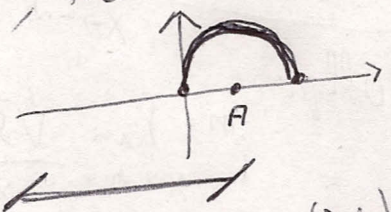
Queste funzioni si può studiare in 2 modi:

a) metodo analitico; b) metodo normale.

a) Quando l'indice del radicale è 2 la funzione si può studiare in modo analitico, notando che, elevando al quadrato ambo i termini, si ha $y^2 = 4x - x^2 \Rightarrow x^2 + y^2 - 4x = 0$. Questa è l'equazione di una circonferenza con centro in $A \equiv (2,0)$ e raggio $= 2$.

Di conseguenza il grafico è quello, ~~dis~~ essendo il segno che si trova davanti al radicale (+), di una semicirconferenza con ordinate positive, stante nel I quadrante.

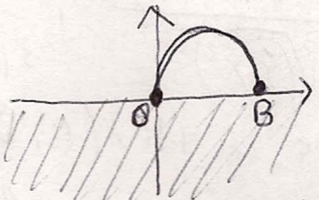
Il grafico risulterà



b) Metodo normale) 1) Dominio) $4x - x^2 \geq 0$ (D I) $\Rightarrow 0 \leq x \leq 2$

2) Segno) $y > 0 \Rightarrow \sqrt{4x - x^2} > 0$ sempre verif. e quindi la funzione è sempre positiva

3) Grafico

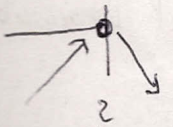


; 4) Intersezione con gli assi) $\begin{cases} y = \sqrt{4x - x^2} \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow \sqrt{4x - x^2} = 0 \quad 4x - x^2 = 0 \quad x = 0 \quad x = 4$

$O \equiv (0,0)$; $B \equiv (4,0)$

$\begin{cases} y = \sqrt{4x - x^2} \\ x = 0 \end{cases} \Rightarrow O \equiv (0,0)$; 5) Non vi sono nel Dominio punti di discontinuità e quindi non vi sono Asintoti verticali. Poiché il Dominio è limitato non esistono né As. Orizzontali e neanche Asintoti Obliqui.

6) Studio delle derivate prime) $y' = \dfrac{4 - 2x}{2\sqrt{4x - x^2}} = \dfrac{2 - x}{\sqrt{4x - x^2}}$ $\quad \dfrac{2 - x}{\sqrt{4x - x^2}} \geq 0$ $\left| \begin{array}{l} x \leq 2 \\ \sqrt{4x - x^2} > 0 \\ \text{S. V.} \end{array} \right.$



La funzione cresce per $x < 2$, decresce per $x > 2$; Max $(2, 2)$

7) Studiando la derivata seconda si troverà che essa è sempre negativa e quindi la funzione volge sempre la concavità verso il basso (convessa sempre)

8) Non vi sono simmetrie, essendo $f(x) \neq f(-x)$; $f(x) \neq -f(-x)$