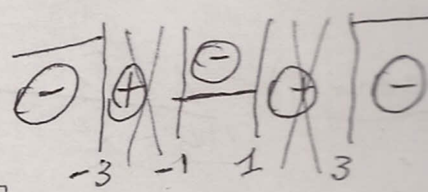
Studio delle funzioni Algebriche Irrazionali fratte (con indice pari)

$$y=\sqrt{\frac{x^2-9}{1-x^2}}$$

1) **Dominio**) $\dfrac{x^2-9}{1-x^2}\geq 0$ $\quad\begin{cases} x^2-9\geq 0 \text{ (CE)} \to x=\pm 3 \\ 1-x^2>0 \text{ (DI)} \to x=\pm 1\end{cases}$



$\boxed{\text{N.B) Se l'indice era dispari allora si poneva } 1-x^2\neq 0}$

Il dominio è quindi $(-3\leq x<-1)\cup(1<x\leq 3)$ ovvero

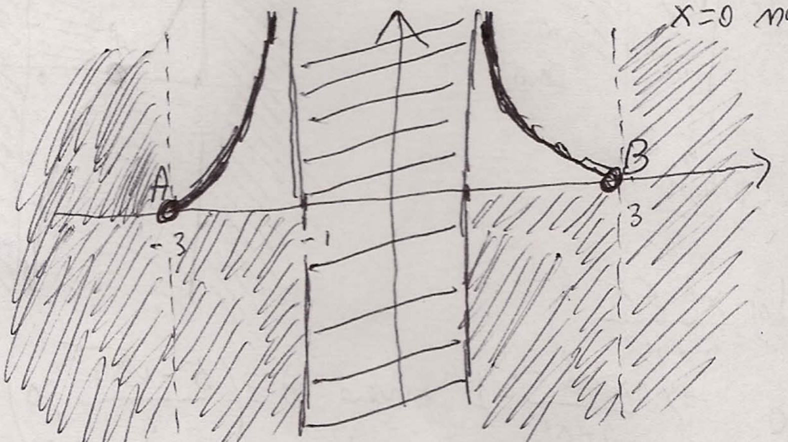
$$\forall x\in[-3,-1[\,\cup\,]1,3]$$

2) **Segno**) $\sqrt{\dfrac{x^2-9}{1-x^2}}>0$ S. Ver. nel dominio (Funzione sempre positiva)

$\boxed{\text{N.B) Se l'indice era dispari allora si imponeva } \frac{x^2-9}{1-x^2}>0 \text{ etc}}$

3) **Intersezioni con gli assi**) $\begin{cases} y=\sqrt{\frac{x^2-9}{1-x^2}} \\ y=0\end{cases}\Rightarrow \begin{matrix} x^2-9=0 \\ x=\pm 3\end{matrix}\Rightarrow \begin{matrix} A\equiv(-3,0), \\ B\equiv(3,0)\end{matrix}$ $\quad\begin{cases} y=\sqrt{\frac{x^2-9}{1-x^2}} \\ x=0\end{cases}$ Impossibile poiché $x=0$ non appartiene al Dominio

4) **Grafico (Grafico)**

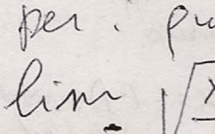


5) **Comportamento estremi del dominio**) Escludendo $x=-3$ e $x=-1$ e $B\equiv(3,0)$ si svolgono per i quali la funzione passa $A\equiv(-3,0)$ e $B\equiv(3,0)$

$\lim_{x\to -1^-}\sqrt{\dfrac{x^2-9}{1-x^2}}=+\infty$ e quindi $x=-1$ Asintoto Verticale come $x=1$

6) **Studio delle derivate prima**) $y'=\dfrac{\dfrac{2x(1-x^2)+2x(x^2-9)}{(1-x^2)^2}}{2\sqrt{\dfrac{x^2-9}{1-x^2}}}=$

$=\dfrac{2x(1-\cancel{x^2}+\cancel{x^2}-9)}{2(1-x^2)^2\sqrt{\frac{x^2-9}{1-x^2}}}=\dfrac{2x(-8)}{2(1-x^2)^2\sqrt{\frac{x^2-9}{1-x^2}}}$ $\quad y'\geq 0\quad \dfrac{-8x}{Den}\geq 0$ $\quad\begin{cases}-8x\geq 0 \\ \text{S. Ver.}\end{cases}$ $\quad\begin{cases} x\leq 0 \\ \text{S. Ver.}\end{cases}$



Poiché $x=0\notin$ Dominio la funzione cresce per $x<-1$ e decresce per $x>1$

7) Svolgendo la derivata II si noterà che essa è sempre positiva e quindi la funzione è sempre concava

8) Poiché $f(x)=f(-x)$ la funzione è pari (Simmetrica rispetto Asse y)