

Studio delle funzioni trascendenti esponenziali (Frattol)

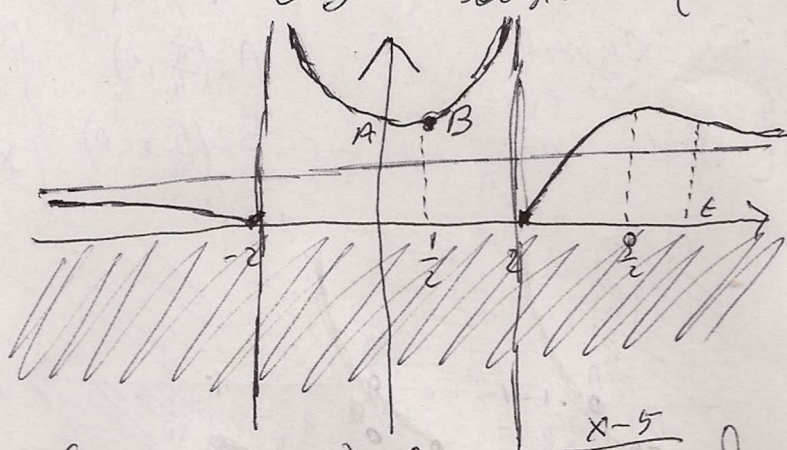
$$y = e^{\frac{x-5}{x^2-4}}$$

Dominio) S'impone $x^2-4 \neq 0 \Rightarrow x \neq \pm 2$ cioè $\forall x \in]-\infty, -2[\cup]-2, 2[\cup]2, \infty[$

Segno $e^{\frac{x-5}{x^2-4}} > 0$ Sempre (vedi grafico funzione $y = a^x$ con $a > 1$)
Funzione sempre positive

Integrazione con gli assi $\begin{cases} y = e^{\frac{x-5}{x^2-4}} \\ y = 0 \end{cases}$ Nessune soluzioni
 $\begin{cases} y = e^{\frac{x-5}{x^2-4}} \\ x = 0 \end{cases} \Rightarrow y = e^{-\frac{5}{4}} = \sqrt[4]{e^{-5}}$
 $A \equiv (0, \sqrt[4]{e^{-5}})$
 \downarrow
 $3,5$

Piccola (grafico)



Comportamento estremi dominio $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{\frac{x-5}{x^2-4}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{\frac{x-5}{x^2-4}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-5}{x^2-4} = \left[\frac{\infty}{\infty} \right] =$

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} e^{\frac{x-5}{x^2-4}} = e^{-\infty} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} e^{\frac{x-5}{x^2-4}} = e^{\infty} = \infty \rightarrow x = 2 \text{ As. verticale; } \lim_{x \rightarrow \infty} e^{\frac{x-5}{x^2-4}} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} e^{\frac{x-5}{x^2-4}} = e^{\infty} = \infty \rightarrow x = 2 \text{ As. verticale}$$

Studio derivate prime $y' = \frac{(x^2-4)^2 - 2x(x-5)}{(x^2-4)^2} e^{\frac{x-5}{x^2-4}} =$

$$= \frac{-x^2+10x-4}{(x^2-4)^2} e^{\frac{x-5}{x^2-4}} \quad y' > 0 \quad \begin{cases} -x^2+10x-4 > 0 \text{ (D)} \\ (x^2-4)^2 > 0 \text{ (S.V.)} \\ e^{\frac{x-5}{x^2-4}} > 0 \text{ (S.V.)} \end{cases}$$

$$x^2-10x+4=0 \quad x = \frac{5 \pm \sqrt{25-4}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{21}}{2} < \frac{5}{2} \quad \left. \begin{matrix} \text{ } \\ \text{ } \end{matrix} \right\} \text{Approssimazione}$$

Quindi vi è min $(\frac{5-\sqrt{21}}{2}, 3,5)$ e Max $(\frac{5+\sqrt{21}}{2}, 7)$

2) Delle derivate seconde si deduce convenienza $x < -2$ e $x > 2$ e concavità in $-2 < x < 2$ e $x > 2$ Flessi $(t, f(t))$

3) Non vi sono simmetrie essendo $f(x) \neq f(-x)$ e $f(x) \neq -f(-x)$