

Studio Funzioni Algebriche • Imparare a studiare

II) Caso (con indice $\neq 2$) $y = \sqrt[3]{9-x^2}$

1) Domínio) Poiché $\sqrt[3]{9-x^2}$ esiste sempre $\forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow \text{Dom}) \forall x \in]-\infty, +\infty[$

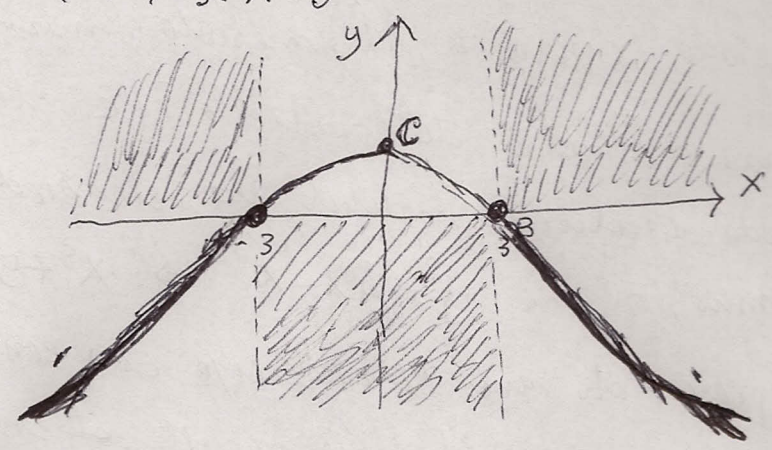
2) Segno) $\sqrt[3]{9-x^2} > 0 \Rightarrow 9-x^2 > 0 \Rightarrow -3 < x < 3$

3) Caratteristiche (grafico)

4) Intersezione con gli Assi

$$\begin{cases} y = \sqrt[3]{9-x^2} \\ y = 0 \Rightarrow 9-x^2 = 0 \\ x = \pm 3 \end{cases}$$

$A \equiv (-3, 0)$ e $B \equiv (3, 0)$



$\begin{cases} y = \sqrt[3]{9-x^2} \\ x = 0 \Rightarrow y = \sqrt[3]{9} \end{cases} \quad C \equiv (0, \sqrt[3]{9})$

5) Comportamento estremi dominio

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt[3]{9-x^2} = -\infty; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt[3]{9-x^2} = \infty$$

Non vi sono Asintoti Obliqui.

Ricerca Eventuali Asintoti Obliqui: $m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{9-x^2}}{x} = \sqrt[3]{\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{9-x^2}{x^3}}$ e applicando 2 volte l'Hopital $= 0$

e quindi non vi è Asintoto Obliquo - Non vi sono Asintoti Verticali e non essendovi punti di discontinuità nel Dominio -

6) Studio delle Derivate prime

$$y' = \frac{-2x}{3\sqrt[3]{(9-x^2)^2}} \quad \begin{cases} \frac{-2x}{3\sqrt[3]{(9-x^2)^2}} \geq 0 \\ \text{si ha per } x < 0 \text{ crescente} \\ \text{e per } x > 0 \text{ decrescente} \end{cases}$$

e $\text{Max}(0, \sqrt[3]{9}) = C$

7) Studio delle Derivate seconde

Si ha che

$$y' = \frac{-2x}{3\sqrt[3]{(9-x^2)^2}} = -\frac{2}{3} [x(9-x^2)^{-\frac{2}{3}}]$$

$$y'' = -\frac{2}{3} \left[\frac{1}{\sqrt[3]{(9-x^2)^2}} + x \cdot \frac{2}{3} (9-x^2)^{-\frac{2}{3}-1} (-2x) \right] = -\frac{2}{3} \left[\frac{1}{\sqrt[3]{(9-x^2)^2}} + \frac{4x^2}{3\sqrt[3]{(9-x^2)^5}} \right]$$

Si può notare che esse è sempre negativa nel Dominio e quindi la funzione è sempre concava

Essendo $f(x) = f(-x)$ e $f(x) \neq -f(-x)$ non vi è simmetria rispetto l'asse y