ALTRA SPIEGAZIONE TEST SERIE NUMERICHE

**Serie e sequenze di numeri**

**0 - 1 - 2 - 3 - 4 - 5 - ...  
Come continua questa serie di numeri?**

**1. Prove d'intelligenza facili**In alcuni test d'intelligenza si chiede di completare delle serie numeriche. Quasi sempre si tratta di giochi da ragazzi. Ne riporto alcuni, tanto per scaldarsi i neuroni.  
Come continuano le seguenti serie numeriche?  
2 - 5 - 8 - 11 -  
7 - 10 - 9 - 12 - 11 -  
2 - 7 - 24 - 77 -  
6 - 9 - 18 - 21 - 42 - 45 -  
3 - 7 - 16 - 35 -

**2. Prove d'intelligenza medie**A volte si trova anche qualche esercizio interessante. Pane per i denti di chi vuole entrare nel club MENSA.  
7 - 9 - 40 - 74 - 1526 -  
8 - 10 - 14 - 18 - ? - 34 - 50 - 66  
28 - 33 - 31 - 36 - 34 -  
8 - 24 - 12 - ? - 18 - 54 -  
260 - 216 - 128 - 108 - 62 - 54 - ? - 27

**3. Quattro modi di continuare una serie**  
Ecco una serie di numeri interi:  
1 - 2 - 3 - 5 - 7 - 11 -  
Sai trovare almeno quattro possibili continuazioni?

**4. Una sequenza**3 - 5 - 6 - 9 - 10 - ?  
Qual è il numero seguente e perché?

**5. Una sequenza**Come continua questa successione?  
224  
426  
628  
816

**6. Un esame di matematica**Ad un esame di matematica il professore consegnò a tutti gli alunni un foglietto.  
Il foglietto conteneva la descrizione di un criterio assolutamente semplice, preciso, unico e logico per mettere in sequenza le cifre del sistema decimale.  
Il test era identico per tutti gli studenti.  
Lo studente Giovanni Rossi restituì il seguente risultato:  
5 - 2 - 9 - 8- 4 - 6 - 7 - 3 - 1 - 0  
Lo studente John Smith restituì il seguente risultato:  
8 - 5 - 4 - 9 - 1 - 7 - 6 - 3 - 2 - 0  
Pablo Gonzales trovò il seguente risultato:  
0 - 5 - 4 - 2 - 9 - 8 - 6 - 7 - 3 - 1  
Franz Otto, il miglior matematico della classe, consegnò il seguente risultato:  
0 - 1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6 - 7 - 8 - 9  
Risultato della prova: Rossi, Smith e Gonzales promossi, Otto bocciato.  
Perché?

**7. Una sequenza**Qui sotto sono riportati i primi otto termini di una successione.  
Qual è il termine successivo?  
Qual è il criterio è di formazione della serie?  
Perchè in questa serie non comparirà mai un numero maggiore di 3?  
1  
11  
21  
1211  
111221  
312211  
13112221  
1113213211

**8. Il mio amico Fibonacci**  
Leonardo Pisano, detto Fibonacci, fu un famoso matematico che visse dal... al...  
E' l'inventore della famosa serie di Fibonacci. Eccola:  
1 - 1 - 2 - 3 - 5 - 8 - 13 - ...  
Con quale criterio è costruita questa serie e come continua?  
(i primi due termini sono 1 - 1 e ogni altro termine è la somma dei due che lo precedono)  
Ed ecco una domanda difficile:  
**E' possibile trovare una terna pitagorica nella serie di Fibonacci?**Una terna pitagorica è costituita da tre numeri interi tali che il quadrato di uno di essi è uguale alla somma dei quadrati degli altri due.  
Ovviamente i numeri possono avere qualsiasi posizione all'interno della serie e non essere "consecutivi".

*Ultimo aggiornamento: giugno 2005*

**Risposte & riflessioni**

**1. Prove d'intelligenza facili  
Risposta inviata da Ivan D'Avanzo**

5-8-11-**14-17-20-23 (Basta aggiungere 3 al numero precedente)**

7-10-9-12-11-**14-13-16-15 (Bisogna saltare una posizione aggiungendo 2)**

2-7-24-77-**240-693 (Non ne sono sicuro ma  24:2=12; 77:7=11 quindi ho pensato 240:24=10 e 693:77=9 per mantenere la sequenza 12-11-10-9-...)  
Potrebbe anche essere 3^1-1, 3^2-2, 3^3-3, 3^4-4,3^5-5,..., per cui il quinto termine è 238.**

6-9-18-21-42-45-**90-93-186 (Bisogna aggiungere 3, moltiplicare per 2,aggiungere 3,moltiplicare per 2, ecc...)**

3-7-16-35-**74-153 ( La sequenza di operazioni è (n x 2)+1, (n x 2)+2, (n x 2)+3, (n x 2)+4, ...+5, ...+6, ...+7)**

**2. Prove d'intelligenza medie  
Un particolare ringraziamento a Pietro Vitelli**

**1° sequenza:** 7-9-40-74-1526  
  
tale sequenza si ottiene utilizzando il seguente procedimento:  
  
- l'elemento n-esimo della sequenza è uguale a:  
  
a) [(elemento (n-2)-esimo)² - elemento (n-1)-esimo] se l'elemento n-esimo si trova in una posizione dispari (n è dispari);  
b) [(elemento (n-2)-esimo)² - elemento (n-3)-esimo] se l'elemento n-esimo si trova in una posizione pari (n è pari);  
  
quindi, nel nostro caso, abbiamo che i due numeri arbitrari iniziali della sequenza sono 7 e 9.  
Da questi ricaviamo gli altri; si ha:  
  
7  
9  
40 = [(elemento (n-2)-esimo)² - elemento (n-1)-esimo] = 7² - 9  
74 = [(elemento (n-2)-esimo)² - elemento (n-3)-esimo] = 9² - 7  
1526 = [(elemento (n-2)-esimo)² - elemento (n-1)-esimo] = 40² - 74  
  
quindi, gli elementi successivi a 1526 saranno:  
  
5436 = [(elemento (n-2)-esimo)² - elemento (n-3)-esimo] = 74² - 40  
2323240 = [(elemento (n-2)-esimo)² - elemento (n-1)-esimo] = 1526² - 5436  
e così via ...  
  
**2° sequenza:** 8-10-14-18-?-34-50-66  
  
Al posto del punto interrogativo va messo il 26. Vediamo perchè.  
  
I primi due numeri della sequenza, 8 e 10, sono arbitrari;  
il 3° e il 4° numero, 14 e 18, si ottengono ciascuno dal numero precedente aggingendo 4:  
  
14 = 10+4  
18=14+4  
  
Il 7° e l' 8° numero, 50 e 66, si ottengono ciascuno dal numero precedente aggiungendo 16:  
  
50 = 34+16  
66 = 50+16  
  
per cui, il 5° e il 6° numero, ? e 34, si otterranno ciascuno dal numero precedente aggiungendo 8, che è il doppio di 4 e la metà di 16:  
  
? = 18+8  
34 = ?+8  
  
per cui ? = 26.  
  
Volendo continuare la sequenza, si ha:  
  
8  
10  
14 = 10+4  
18 = 14+4  
26 = 18+8  
34 = 26+8  
50 = 34+16  
66 = 50+16  
------------  
98 = 66+32  
130 = 98+32  
e così via ...  
  
**3° sequenza:** 28-33-31-36-34  
  
l'elemento n-esimo della sequenza si ottiene:  
  
a) sommando 5 all' elemento (n-1)-esimo se l'elemento n-esimo si trova in posizione pari (n è pari);  
b) sottraendo 2 all'elemento (n-1)-esimo se l'elemento n-esimo si trova in posizione dispari (n è dispari);  
  
quindi, nel nostro caso:  
  
28  
33 = 28+5  
31 = 33-2  
36 = 31+5  
34 = 36-2  
  
gli elementi successivi saranno:  
  
39 = 34+5  
37 =39-2  
e cosi vià ...  
  
**4° sequenza:** 8-24-12-?-18-54  
  
Si nota che l'elemento n-esimo della sequenza si ottiene:  
  
a) moltiplicando per 3 l'elemento (n-1)-esimo se l'elemento n-esimo si trova in posizione pari (n è pari);  
b) dividendo per 2 l'elemento (n-1)-esimo se l'elemento n-esimo si trova in posizione dispari (n è dispari);  
  
quindi nel nostro caso, avremo:  
  
8  
24 = 8\*3  
12 = 24/2  
? = 12\*3  
18 = ?/2  
54 = 18\*3  
  
per cui, ? = 36.  
  
Volendo continuare la sequenza, avremo:  
  
27 = 54/2  
81 =27\*3  
e così via ...  
  
**5° sequenza:** 260-216-128-108-62-54-?-27  
  
l'elemento n-esimo della sequenza è uguale a:  
  
a) [(elemento (n-2)-esimo - 4)/2] se l'elemento n-esimo si trova in posizione dispari (n è dispari);  
b) [(elemento (n-2)-esimo)/2] se l'elemento n-esimo si trova in posizione pari (n è pari);  
  
quindi nel nostro caso, avremo:  
  
260  
216  
128 = (260-4)/2  
108 = 216/2  
62 = (128-4)/2  
54 = 108/2  
? = (62-4)/2  
27 = 54/2  
  
per cui ? = 29.  
  
Volendo continuare la sequenza, avremo:  
  
12.5 = (29-4)/2  
13.5 = 27/2  
e così via ...

**3. Quattro modi di continuare una serie**  
**di Pietro Vitelli**  
  
**1° possibile continuazione:**  
  
Il 1° numero della serie, 1, è arbitrario.  
Il 2° e il 3° numero, 2 e 3, si ottengono ciascuno dal numero precedente aggiungendo 1:  
  
2 = 1+1  
3 = 2+1  
  
il 4° e il 5° numero, 5 e 7, si ottengono ciascuno dal numero precedente aggiungendo 2:  
  
5 = 3+2  
7 = 5+2  
  
il 6° e il 7° numero, 11 e ?, si ottengono ciascuno dal numero precedente aggiungendo 4:  
  
11 = 7+4  
? = 11+4  
  
per cui ? = 15  
  
E' chiaro che la serie continuerà nel seguente modo:  
  
1  
2 = 1+1  
3 = 2+1  
5 = 3+2  
7 = 5+2  
11 = 7+4  
15 = 11+4  
23 = 15+8  
31 = 23+8  
e così via ...  
  
cioè: 1-2-3-5-7-11-15-23-31-...  
  
**2° possibile continuazione:**  
  
1 e 2 sono i due numeri iniziali arbitrari della serie, o, se vogliamo, 2 = 1\*2.  
Il 3° e il 4° numero della serie, 3 e 4, si ottengono ciascuno dal numero precedente moltiplicandolo per 2 e sottraendo 1:  
  
3 = 2\*2-1  
5 = 3\*2-1  
  
il 5° e il 6° numero, 7 e 11, si ottengono ciascuno dal numero precedente moltiplicandolo per 2 e sottraendo 3:  
  
7 = 5\*2-3  
11 = 7\*2-3  
  
per cui la serie continuerà nel seguente modo:  
  
1  
2  
3 = 2\*2-1  
5 = 3\*2-1  
7 = 5\*2-3  
11 = 7\*2-3  
17 = 11\*2-5  
29 = 17\*2-5  
51 = 29\*2-7  
e così via ...  
  
cioè: 1-2-3-5-7-11-17-29-51-...  
  
**3° possibile continuazione:**  
  
1 è il numero iniziale arbitrario della serie;  
i numeri successivi della serie si ottengono prendendo, a partire da 1, in ordine crescente, tutti i numeri primi:  
  
1-2-3-5-7-11-13-17-19-23-29-...  
  
**4° possibile continuazione:**  
  
1 e 2 sono i numeri arbitrari iniziali della serie;  
il 3° e il 4° numero, 3 e 5, si ottengono ciascuno sommando i due numeri che lo precedono:  
  
3 = 1+2  
5 = 2+3  
  
il 5° e il 6° numero, 7 e 11, si ottengono ciascuno sommando i due numeri che lo precedono e sottraendo 1:  
  
7 = 3+5-1  
11 = 5+7-1  
  
per cui la serie continuerà nel seguente modo:  
  
1  
2  
3 = 1+2  
5 = 2+3  
7 = 3+5-1  
11 = 5+7-1  
16 = 7+11-2  
25 = 11+16-2  
38 = 16+25-3  
60 = 25+38-3  
e così via ...  
  
cioè: 1-2-3-5-7-11-16-25-38-60

Ringrazio **Bruno Berselli**, di Bologna, per le seguenti osservazioni.  
Per quanto riguarda il punto 3, invece, si potrebbe partire da una successione come questa:

|  |  |
| --- | --- |
| 2 |  |
| 5 | = [2]\*2+[0+1] |
| 12 | = [5]\*2+[1+1] |
| 27 | = [12]\*2+[1+2] |
| 59 | = [27]\*2+[2+3] |
| 126 | = [59]\*2+[3+5] |
| 265 | = [126]\*2+[5+8] |
| 551 | = [265]\*2+[8+13], etc. |

e poi cercare il più grande quadrato non maggiore di ciascuno di tali numeri, ottenendo così una sequenza che presenta i primi sei termini di quella proposta:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1 | 12 = 1 | per 2 |
| 2 | 22 = 4 | per 5 |
| 3 | 32 = 9 | per 12 |
| 5 | 52 = 25 | per 27 |
| 7 | 72 = 49 | per 59 |
| 11 | 112 = 121 | per 126 |
| 16 | 162 = 256 | per 265 |
| 23 | 232 = 529 | per 551 |

**4. Una sequenza  
N.d.R. Le seguenti due spiegazioni giungono allo stesso risultato ma per vie e con modalità diverse. Molto interessante...**

**di Luciana Alessandrini**  
14  
perchè la sequenza dice: +2+1, +3+1, +4...

**di Pietro Vitelli**L'elemento n-esimo della sequenza è uguale a:  
  
a) [elemento (n-1)-esimo + 1] se l'elemento n-esimo si trova in posizione dispari (n è dispari);  
b) [elemento (n-1)-esimo + (n/2)+1] se l'elemento n-esimo si trova in posizione pari (n è pari);  
  
quindi, nel nostro caso, avremo:  
  
3  
5 = [elemento (n-1)-esimo + (n/2)+1] = 3+(2/2)+1  
6 = [elemento (n-1)-esimo + 1] = 5+1  
9 = [elemento (n-1)-esimo + (n/2)+1] = 6+(4/2)+1  
10 = [elemento (n-1)-esimo + 1] = 9+1  
? = [elemento (n-1)-esimo + (n/2)+1] = 10+(6/2)+1  
  
per cui, ? = 14.  
  
Volendo continuare la sequenza, avremo:  
  
15 = 14+1  
20 = 15+(8/2)+1  
e così via ...

**5. Una sequenza  
Ringrazio Pietro Vitelli per l'interessante, acuta e laboriosa risoluzione.**Ecco la mia soluzione alla serie:  
  
(penso ve ne siano altre migliori e più logiche, ma non ho la minima idea di quali siano)  
  
Partiamo dal 1° numero della serie, 224.  
Effettuando la seguente operazione otteniamo 426, il 2° numero della serie:  
  
224 + 1091 - 889 = 426  
  
dove 1091 è, a partire da 1, il 180° numero primo, mentre 889 è un numero qualsiasi.  
Sono i numeri casuali tramite i quali la serie è stata impostata (la scelta di tali numeri da parte dell'ideatore della serie mi sembra poco logica, per questo ritengo vi siano soluzioni migliori e più logiche).  
  
Passiamo ora al 2°termine della serie, 426.  
Effettuando la seguente operazione otteniamo 628, il 3° numero della serie:  
  
426 + 1087 - 885 = 628  
  
dove 1087 è il numero primo immediatamente precedente al numero primo 1091, utilizzato per il calcolo del 2° termine, e 885 si ottiene dal numero sopra scritto 889 togliendo 4.  
Passiamo al 3° termine,628.  
Effettuando la seguente operazione otteniamo 816, il 4° numero della serie:  
  
628 + 1069 - 881 = 816  
  
dove 1069 è il numero primo immediatamente precedente al numero primo 1087, utilizzato per il calcolo del 3° termine, e 881 si ottiene dal numero sopra scritto 885 togliendo 4.  
  
Per cui riassumendo:  
  
1°)224  
2°)426 = 224 + 1091 - 889  
3°)628 = 426 + 1087 - 885  
4°)816 = 628 + 1069 - 881  
  
dove 1069, 1087, 1091, sono numeri primi consecutivi, e i numeri a partire da 889 si susseguono togliendo sempre 4.  
  
Per cui volendo continuare la serie avremo:  
  
5°)1002 = 816 + 1063 - 877  
6°)1190 = 1002 + 1061 - 873  
7°)1372 = 1190 + 1051 - 869  
8°)1556 = 1372 + 1049 - 865  
...  
...  
  
E' ovvio che la sequenza è convergente, per cui andrà a finire;  
in particolare dato che il primo numero primo utilizzato è 1091, che è il 180° numero primo a partire da 1, vuol dire che i termini della serie sono proprio 180.  
Con l'aiuto di un programmino per computer (che non ho fatto per mancanza di tempo e di voglia) risulta facile calcolare l'ultimo numero della sequenza.

Ringrazio **Bruno Berselli**, di Bologna, per le seguenti osservazioni.  
Ho trovato interessanti le soluzioni indicate e al riguardo vorrei segnalarle una curiosa e gradevole ricorsione per la sequenza del punto 5:

|  |  |
| --- | --- |
| 224 |  |
| 426 | = [4]\*(224/2)-[22]-2\*(20-1)2 |
| 628 | = [6]\*(224/2)-[42]-2\*(21-1)2 |
| 816 | = [8]\*(224/2)-[62]-2\*(22-1)2 |
| 493 | = [6]\*(224/2)-[81]-2\*(23-1)2 |
| -163 | = [3]\*(224/2)-[49]-2\*(24-1)2 |
| -1570 | = [3]\*(224/2)-[-16]-2\*(25-1)2 |
| -7781 | = [0]\*(224/2)-[-157]-2\*(26-1)2, etc. |

**6. Un esame di matematica  
di Alan Viezzoli**Il foglio richiedeva di mettere le cifre in ordine alfabetico e ognuno l'ha fatto nella propria lingua  
  
Cinque - Due - Nove - Otto - Quattro - Sei - Sette - Tre - Uno - Zero  
Eight - Five - Four - Nine - One - Seven - Six - Three - Two - Zero  
... [per mia sfortuna, non conosco lo spagnolo]  
  
Otto, invece, ha disposto le dieci cifre in ordine numerico, così è stato bocciato.

**7. Una sequenza  
Risposta inviata da Ivan D'Avanzo**

1  
11  
21  
1211  
111221  
312211  
13112221  
1113213211  
**31131211131221  
13211311123113112211**

La soluzione sta nel leggere i numeri in questo modo:  
1 = Un 1 (cioè 11)  
11= Due 1 (cioè 21)  
21= Un 2 Un 1 (cioè 1211)  
1211=Un 1 Un 2 Due 1 (cioè 111221)  
111221= Tre 1 Due 2 Un 1(cioè 312211)

.................quindi l'ultimo numero

1113213211= Tre 1 Un 3 Un 2 Un 1 Un 3 Un 2 Due 1 (cioè **31131211131221**)

Se poi si prosegue con il ragionamento, si nota che non si potranno mai verificare cifre >3 poiché da una cifra singola, si può passare al massimo a tre cifre consecutive, che vengono poi "raggruppate" nella cifra 3.  Si dimostra inoltre che partendo da 1 l'unica sequenza di numeri con lo stesso numero di cifre di quella precedente è 11-21, infatti da 21 in poi le cifre aumenteranno sempre.

**Bruno Berselli**, di Bologna, segnala che anche la coppia  
**111221-312211**è costituita da due numeri aventi lo stesso numero di cifre.  
A questo punto la domanda sorge spontanea, ce ne sono altre? Quante? Quali?

**8. Il mio amico Fibonacci  
Ringrazio Jack202 per la soluzione.**Definizione della serie di Fibonacci  
  
F(0)=1  
F(1)=1  
F(n)=F(n-1)+F(n-2)  
----  
  
Visto che F(a) = F(a-1) + F(a-2)  
elevando al quadrato  
F(a)^2 = F(a-1)^2 + F(a-2)^2 + 2F(a-1)F(a-2)  
  
ovvero  
F(a)^2 > F(a-1)^2 + F(a-2)^2  
  
e visto che la serie di Fibonacci è crescente  
a maggior ragione avremo  
  
F(a)^2 > F(b)^2 + F(c)^2  
con b,c diversi tra loro e minori di a  
  
dunque uno tra b e c dovrà essere maggiore di a, ma questo ribalterà il segno dell'uguaglianza, sempre in base al fatto che la serie di Fibonacci è crescente.  
Con ciò concludo la dimostrazione che nella serie di Fibonacci NON ESISTONO terne pitagoriche. Il discorso può essere inoltre generalizzato seguendo lo stesso filo conduttore fino a giungere alla proposizione  
  
A) Se n è un numero naturale maggiore di uno, non esistono terne naturali (a,b,c) tali che  
  
     F(a)^n + F(b)^n = F(c)^n  
  
 Un simil-teorema di Fermat... anche se molto + scontato.

Sito Web realizzato da **Gianfranco Bo**