ALTRA SPIEGAZIONE TEST SERIE NUMERICHE

**Serie e sequenze di numeri**

**0 - 1 - 2 - 3 - 4 - 5 - ...
Come continua questa serie di numeri?**

**1. Prove d'intelligenza facili**In alcuni test d'intelligenza si chiede di completare delle serie numeriche. Quasi sempre si tratta di giochi da ragazzi. Ne riporto alcuni, tanto per scaldarsi i neuroni.
Come continuano le seguenti serie numeriche?
2 - 5 - 8 - 11 -
7 - 10 - 9 - 12 - 11 -
2 - 7 - 24 - 77 -
6 - 9 - 18 - 21 - 42 - 45 -
3 - 7 - 16 - 35 -

**2. Prove d'intelligenza medie**A volte si trova anche qualche esercizio interessante. Pane per i denti di chi vuole entrare nel club MENSA.
7 - 9 - 40 - 74 - 1526 -
8 - 10 - 14 - 18 - ? - 34 - 50 - 66
28 - 33 - 31 - 36 - 34 -
8 - 24 - 12 - ? - 18 - 54 -
260 - 216 - 128 - 108 - 62 - 54 - ? - 27

**3. Quattro modi di continuare una serie**
Ecco una serie di numeri interi:
1 - 2 - 3 - 5 - 7 - 11 -
Sai trovare almeno quattro possibili continuazioni?

**4. Una sequenza**3 - 5 - 6 - 9 - 10 - ?
Qual è il numero seguente e perché?

**5. Una sequenza**Come continua questa successione?
224
426
628
816

**6. Un esame di matematica**Ad un esame di matematica il professore consegnò a tutti gli alunni un foglietto.
Il foglietto conteneva la descrizione di un criterio assolutamente semplice, preciso, unico e logico per mettere in sequenza le cifre del sistema decimale.
Il test era identico per tutti gli studenti.
Lo studente Giovanni Rossi restituì il seguente risultato:
5 - 2 - 9 - 8- 4 - 6 - 7 - 3 - 1 - 0
Lo studente John Smith restituì il seguente risultato:
8 - 5 - 4 - 9 - 1 - 7 - 6 - 3 - 2 - 0
Pablo Gonzales trovò il seguente risultato:
0 - 5 - 4 - 2 - 9 - 8 - 6 - 7 - 3 - 1
Franz Otto, il miglior matematico della classe, consegnò il seguente risultato:
0 - 1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6 - 7 - 8 - 9
Risultato della prova: Rossi, Smith e Gonzales promossi, Otto bocciato.
Perché?

**7. Una sequenza**Qui sotto sono riportati i primi otto termini di una successione.
Qual è il termine successivo?
Qual è il criterio è di formazione della serie?
Perchè in questa serie non comparirà mai un numero maggiore di 3?
1
11
21
1211
111221
312211
13112221
1113213211

**8. Il mio amico Fibonacci**
Leonardo Pisano, detto Fibonacci, fu un famoso matematico che visse dal... al...
E' l'inventore della famosa serie di Fibonacci. Eccola:
1 - 1 - 2 - 3 - 5 - 8 - 13 - ...
Con quale criterio è costruita questa serie e come continua?
(i primi due termini sono 1 - 1 e ogni altro termine è la somma dei due che lo precedono)
Ed ecco una domanda difficile:
**E' possibile trovare una terna pitagorica nella serie di Fibonacci?**Una terna pitagorica è costituita da tre numeri interi tali che il quadrato di uno di essi è uguale alla somma dei quadrati degli altri due.
Ovviamente i numeri possono avere qualsiasi posizione all'interno della serie e non essere "consecutivi".

*Ultimo aggiornamento: giugno 2005*

**Risposte & riflessioni**

**1. Prove d'intelligenza facili
Risposta inviata da Ivan D'Avanzo**

5-8-11-**14-17-20-23 (Basta aggiungere 3 al numero precedente)**

7-10-9-12-11-**14-13-16-15 (Bisogna saltare una posizione aggiungendo 2)**

2-7-24-77-**240-693 (Non ne sono sicuro ma  24:2=12; 77:7=11 quindi ho pensato 240:24=10 e 693:77=9 per mantenere la sequenza 12-11-10-9-...)
Potrebbe anche essere 3^1-1, 3^2-2, 3^3-3, 3^4-4,3^5-5,..., per cui il quinto termine è 238.**

6-9-18-21-42-45-**90-93-186 (Bisogna aggiungere 3, moltiplicare per 2,aggiungere 3,moltiplicare per 2, ecc...)**

3-7-16-35-**74-153 ( La sequenza di operazioni è (n x 2)+1, (n x 2)+2, (n x 2)+3, (n x 2)+4, ...+5, ...+6, ...+7)**

**2. Prove d'intelligenza medie
Un particolare ringraziamento a Pietro Vitelli**

**1° sequenza:** 7-9-40-74-1526

tale sequenza si ottiene utilizzando il seguente procedimento:

- l'elemento n-esimo della sequenza è uguale a:

a) [(elemento (n-2)-esimo)² - elemento (n-1)-esimo] se l'elemento n-esimo si trova in una posizione dispari (n è dispari);
b) [(elemento (n-2)-esimo)² - elemento (n-3)-esimo] se l'elemento n-esimo si trova in una posizione pari (n è pari);

quindi, nel nostro caso, abbiamo che i due numeri arbitrari iniziali della sequenza sono 7 e 9.
Da questi ricaviamo gli altri; si ha:

7
9
40 = [(elemento (n-2)-esimo)² - elemento (n-1)-esimo] = 7² - 9
74 = [(elemento (n-2)-esimo)² - elemento (n-3)-esimo] = 9² - 7
1526 = [(elemento (n-2)-esimo)² - elemento (n-1)-esimo] = 40² - 74

quindi, gli elementi successivi a 1526 saranno:

5436 = [(elemento (n-2)-esimo)² - elemento (n-3)-esimo] = 74² - 40
2323240 = [(elemento (n-2)-esimo)² - elemento (n-1)-esimo] = 1526² - 5436
e così via ...

**2° sequenza:** 8-10-14-18-?-34-50-66

Al posto del punto interrogativo va messo il 26. Vediamo perchè.

I primi due numeri della sequenza, 8 e 10, sono arbitrari;
il 3° e il 4° numero, 14 e 18, si ottengono ciascuno dal numero precedente aggingendo 4:

14 = 10+4
18=14+4

Il 7° e l' 8° numero, 50 e 66, si ottengono ciascuno dal numero precedente aggiungendo 16:

50 = 34+16
66 = 50+16

per cui, il 5° e il 6° numero, ? e 34, si otterranno ciascuno dal numero precedente aggiungendo 8, che è il doppio di 4 e la metà di 16:

? = 18+8
34 = ?+8

per cui ? = 26.

Volendo continuare la sequenza, si ha:

8
10
14 = 10+4
18 = 14+4
26 = 18+8
34 = 26+8
50 = 34+16
66 = 50+16
------------
98 = 66+32
130 = 98+32
e così via ...

**3° sequenza:** 28-33-31-36-34

l'elemento n-esimo della sequenza si ottiene:

a) sommando 5 all' elemento (n-1)-esimo se l'elemento n-esimo si trova in posizione pari (n è pari);
b) sottraendo 2 all'elemento (n-1)-esimo se l'elemento n-esimo si trova in posizione dispari (n è dispari);

quindi, nel nostro caso:

28
33 = 28+5
31 = 33-2
36 = 31+5
34 = 36-2

gli elementi successivi saranno:

39 = 34+5
37 =39-2
e cosi vià ...

**4° sequenza:** 8-24-12-?-18-54

Si nota che l'elemento n-esimo della sequenza si ottiene:

a) moltiplicando per 3 l'elemento (n-1)-esimo se l'elemento n-esimo si trova in posizione pari (n è pari);
b) dividendo per 2 l'elemento (n-1)-esimo se l'elemento n-esimo si trova in posizione dispari (n è dispari);

quindi nel nostro caso, avremo:

8
24 = 8\*3
12 = 24/2
? = 12\*3
18 = ?/2
54 = 18\*3

per cui, ? = 36.

Volendo continuare la sequenza, avremo:

27 = 54/2
81 =27\*3
e così via ...

**5° sequenza:** 260-216-128-108-62-54-?-27

l'elemento n-esimo della sequenza è uguale a:

a) [(elemento (n-2)-esimo - 4)/2] se l'elemento n-esimo si trova in posizione dispari (n è dispari);
b) [(elemento (n-2)-esimo)/2] se l'elemento n-esimo si trova in posizione pari (n è pari);

quindi nel nostro caso, avremo:

260
216
128 = (260-4)/2
108 = 216/2
62 = (128-4)/2
54 = 108/2
? = (62-4)/2
27 = 54/2

per cui ? = 29.

Volendo continuare la sequenza, avremo:

12.5 = (29-4)/2
13.5 = 27/2
e così via ...

**3. Quattro modi di continuare una serie**
**di Pietro Vitelli**

**1° possibile continuazione:**

Il 1° numero della serie, 1, è arbitrario.
Il 2° e il 3° numero, 2 e 3, si ottengono ciascuno dal numero precedente aggiungendo 1:

2 = 1+1
3 = 2+1

il 4° e il 5° numero, 5 e 7, si ottengono ciascuno dal numero precedente aggiungendo 2:

5 = 3+2
7 = 5+2

il 6° e il 7° numero, 11 e ?, si ottengono ciascuno dal numero precedente aggiungendo 4:

11 = 7+4
? = 11+4

per cui ? = 15

E' chiaro che la serie continuerà nel seguente modo:

1
2 = 1+1
3 = 2+1
5 = 3+2
7 = 5+2
11 = 7+4
15 = 11+4
23 = 15+8
31 = 23+8
e così via ...

cioè: 1-2-3-5-7-11-15-23-31-...

**2° possibile continuazione:**

1 e 2 sono i due numeri iniziali arbitrari della serie, o, se vogliamo, 2 = 1\*2.
Il 3° e il 4° numero della serie, 3 e 4, si ottengono ciascuno dal numero precedente moltiplicandolo per 2 e sottraendo 1:

3 = 2\*2-1
5 = 3\*2-1

il 5° e il 6° numero, 7 e 11, si ottengono ciascuno dal numero precedente moltiplicandolo per 2 e sottraendo 3:

7 = 5\*2-3
11 = 7\*2-3

per cui la serie continuerà nel seguente modo:

1
2
3 = 2\*2-1
5 = 3\*2-1
7 = 5\*2-3
11 = 7\*2-3
17 = 11\*2-5
29 = 17\*2-5
51 = 29\*2-7
e così via ...

cioè: 1-2-3-5-7-11-17-29-51-...

**3° possibile continuazione:**

1 è il numero iniziale arbitrario della serie;
i numeri successivi della serie si ottengono prendendo, a partire da 1, in ordine crescente, tutti i numeri primi:

1-2-3-5-7-11-13-17-19-23-29-...

**4° possibile continuazione:**

1 e 2 sono i numeri arbitrari iniziali della serie;
il 3° e il 4° numero, 3 e 5, si ottengono ciascuno sommando i due numeri che lo precedono:

3 = 1+2
5 = 2+3

il 5° e il 6° numero, 7 e 11, si ottengono ciascuno sommando i due numeri che lo precedono e sottraendo 1:

7 = 3+5-1
11 = 5+7-1

per cui la serie continuerà nel seguente modo:

1
2
3 = 1+2
5 = 2+3
7 = 3+5-1
11 = 5+7-1
16 = 7+11-2
25 = 11+16-2
38 = 16+25-3
60 = 25+38-3
e così via ...

cioè: 1-2-3-5-7-11-16-25-38-60

Ringrazio **Bruno Berselli**, di Bologna, per le seguenti osservazioni.
Per quanto riguarda il punto 3, invece, si potrebbe partire da una successione come questa:

|  |  |
| --- | --- |
| 2 |  |
| 5 | = [2]\*2+[0+1] |
| 12 | = [5]\*2+[1+1] |
| 27 | = [12]\*2+[1+2] |
| 59 | = [27]\*2+[2+3] |
| 126 | = [59]\*2+[3+5] |
| 265 | = [126]\*2+[5+8] |
| 551 | = [265]\*2+[8+13], etc. |

e poi cercare il più grande quadrato non maggiore di ciascuno di tali numeri, ottenendo così una sequenza che presenta i primi sei termini di quella proposta:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1 | 12 = 1 | per 2 |
| 2 | 22 = 4 | per 5 |
| 3 | 32 = 9 | per 12 |
| 5 | 52 = 25 | per 27 |
| 7 | 72 = 49 | per 59 |
| 11 | 112 = 121 | per 126 |
| 16 | 162 = 256 | per 265 |
| 23 | 232 = 529 | per 551 |

**4. Una sequenza
N.d.R. Le seguenti due spiegazioni giungono allo stesso risultato ma per vie e con modalità diverse. Molto interessante...**

**di Luciana Alessandrini**
14
perchè la sequenza dice: +2+1, +3+1, +4...

**di Pietro Vitelli**L'elemento n-esimo della sequenza è uguale a:

a) [elemento (n-1)-esimo + 1] se l'elemento n-esimo si trova in posizione dispari (n è dispari);
b) [elemento (n-1)-esimo + (n/2)+1] se l'elemento n-esimo si trova in posizione pari (n è pari);

quindi, nel nostro caso, avremo:

3
5 = [elemento (n-1)-esimo + (n/2)+1] = 3+(2/2)+1
6 = [elemento (n-1)-esimo + 1] = 5+1
9 = [elemento (n-1)-esimo + (n/2)+1] = 6+(4/2)+1
10 = [elemento (n-1)-esimo + 1] = 9+1
? = [elemento (n-1)-esimo + (n/2)+1] = 10+(6/2)+1

per cui, ? = 14.

Volendo continuare la sequenza, avremo:

15 = 14+1
20 = 15+(8/2)+1
e così via ...

**5. Una sequenza
Ringrazio Pietro Vitelli per l'interessante, acuta e laboriosa risoluzione.**Ecco la mia soluzione alla serie:

(penso ve ne siano altre migliori e più logiche, ma non ho la minima idea di quali siano)

Partiamo dal 1° numero della serie, 224.
Effettuando la seguente operazione otteniamo 426, il 2° numero della serie:

224 + 1091 - 889 = 426

dove 1091 è, a partire da 1, il 180° numero primo, mentre 889 è un numero qualsiasi.
Sono i numeri casuali tramite i quali la serie è stata impostata (la scelta di tali numeri da parte dell'ideatore della serie mi sembra poco logica, per questo ritengo vi siano soluzioni migliori e più logiche).

Passiamo ora al 2°termine della serie, 426.
Effettuando la seguente operazione otteniamo 628, il 3° numero della serie:

426 + 1087 - 885 = 628

dove 1087 è il numero primo immediatamente precedente al numero primo 1091, utilizzato per il calcolo del 2° termine, e 885 si ottiene dal numero sopra scritto 889 togliendo 4.
Passiamo al 3° termine,628.
Effettuando la seguente operazione otteniamo 816, il 4° numero della serie:

628 + 1069 - 881 = 816

dove 1069 è il numero primo immediatamente precedente al numero primo 1087, utilizzato per il calcolo del 3° termine, e 881 si ottiene dal numero sopra scritto 885 togliendo 4.

Per cui riassumendo:

1°)224
2°)426 = 224 + 1091 - 889
3°)628 = 426 + 1087 - 885
4°)816 = 628 + 1069 - 881

dove 1069, 1087, 1091, sono numeri primi consecutivi, e i numeri a partire da 889 si susseguono togliendo sempre 4.

Per cui volendo continuare la serie avremo:

5°)1002 = 816 + 1063 - 877
6°)1190 = 1002 + 1061 - 873
7°)1372 = 1190 + 1051 - 869
8°)1556 = 1372 + 1049 - 865
...
...

E' ovvio che la sequenza è convergente, per cui andrà a finire;
in particolare dato che il primo numero primo utilizzato è 1091, che è il 180° numero primo a partire da 1, vuol dire che i termini della serie sono proprio 180.
Con l'aiuto di un programmino per computer (che non ho fatto per mancanza di tempo e di voglia) risulta facile calcolare l'ultimo numero della sequenza.

Ringrazio **Bruno Berselli**, di Bologna, per le seguenti osservazioni.
Ho trovato interessanti le soluzioni indicate e al riguardo vorrei segnalarle una curiosa e gradevole ricorsione per la sequenza del punto 5:

|  |  |
| --- | --- |
| 224 |  |
| 426 | = [4]\*(224/2)-[22]-2\*(20-1)2 |
| 628 | = [6]\*(224/2)-[42]-2\*(21-1)2 |
| 816 | = [8]\*(224/2)-[62]-2\*(22-1)2 |
| 493 | = [6]\*(224/2)-[81]-2\*(23-1)2 |
| -163 | = [3]\*(224/2)-[49]-2\*(24-1)2 |
| -1570 | = [3]\*(224/2)-[-16]-2\*(25-1)2 |
| -7781 | = [0]\*(224/2)-[-157]-2\*(26-1)2, etc. |

**6. Un esame di matematica
di Alan Viezzoli**Il foglio richiedeva di mettere le cifre in ordine alfabetico e ognuno l'ha fatto nella propria lingua

Cinque - Due - Nove - Otto - Quattro - Sei - Sette - Tre - Uno - Zero
Eight - Five - Four - Nine - One - Seven - Six - Three - Two - Zero
... [per mia sfortuna, non conosco lo spagnolo]

Otto, invece, ha disposto le dieci cifre in ordine numerico, così è stato bocciato.

**7. Una sequenza
Risposta inviata da Ivan D'Avanzo**

1
11
21
1211
111221
312211
13112221
1113213211
**31131211131221
13211311123113112211**

La soluzione sta nel leggere i numeri in questo modo:
1 = Un 1 (cioè 11)
11= Due 1 (cioè 21)
21= Un 2 Un 1 (cioè 1211)
1211=Un 1 Un 2 Due 1 (cioè 111221)
111221= Tre 1 Due 2 Un 1(cioè 312211)

.................quindi l'ultimo numero

1113213211= Tre 1 Un 3 Un 2 Un 1 Un 3 Un 2 Due 1 (cioè **31131211131221**)

Se poi si prosegue con il ragionamento, si nota che non si potranno mai verificare cifre >3 poiché da una cifra singola, si può passare al massimo a tre cifre consecutive, che vengono poi "raggruppate" nella cifra 3.  Si dimostra inoltre che partendo da 1 l'unica sequenza di numeri con lo stesso numero di cifre di quella precedente è 11-21, infatti da 21 in poi le cifre aumenteranno sempre.

**Bruno Berselli**, di Bologna, segnala che anche la coppia
**111221-312211**è costituita da due numeri aventi lo stesso numero di cifre.
A questo punto la domanda sorge spontanea, ce ne sono altre? Quante? Quali?

**8. Il mio amico Fibonacci
Ringrazio Jack202 per la soluzione.**Definizione della serie di Fibonacci

F(0)=1
F(1)=1
F(n)=F(n-1)+F(n-2)
----

Visto che F(a) = F(a-1) + F(a-2)
elevando al quadrato
F(a)^2 = F(a-1)^2 + F(a-2)^2 + 2F(a-1)F(a-2)

ovvero
F(a)^2 > F(a-1)^2 + F(a-2)^2

e visto che la serie di Fibonacci è crescente
a maggior ragione avremo

F(a)^2 > F(b)^2 + F(c)^2
con b,c diversi tra loro e minori di a

dunque uno tra b e c dovrà essere maggiore di a, ma questo ribalterà il segno dell'uguaglianza, sempre in base al fatto che la serie di Fibonacci è crescente.
Con ciò concludo la dimostrazione che nella serie di Fibonacci NON ESISTONO terne pitagoriche. Il discorso può essere inoltre generalizzato seguendo lo stesso filo conduttore fino a giungere alla proposizione

A) Se n è un numero naturale maggiore di uno, non esistono terne naturali (a,b,c) tali che

     F(a)^n + F(b)^n = F(c)^n

 Un simil-teorema di Fermat... anche se molto + scontato.

Sito Web realizzato da **Gianfranco Bo**